

가속도를 입력으로 갖는 모델을 이용한 Balancing Robot의 균형제어기 구현

The Controller Implementation of a Balancing Robot using a System Model with Acceleration as the Input

최정윤, 이영삼*

(Jung Yoon Choi¹ and Young Sam Lee^{1,*})

¹Department of Electrical Engineering, Inha University

Abstract: In this paper, we derive a new type of mathematical model for a two-wheeled balancing robot and propose a controller implementation method based on the model. In the newly derived model, the acceleration of the robot body is used as the control input for the system, which provides the advantage of flexible selection of motors used for driving the robot. First, using Lagrangian dynamics and variable elimination, we derive a new type of mathematical model in which the acceleration of the robot body is the input to the balancing robot. Second, we propose a balancing control method based on the newly derived model. The structure of the controller adopts the LQR (Linear Quadratic Regulator) to determine the acceleration required for balancing. The obtained acceleration is converted to the velocity references of two wheels through integration and transformation. The resultant velocity references are followed through PI-type velocity controllers. Third, the implementation of the controller and the experimental results are presented. Two balancing robots are built, one of which adopts DC motors while the other uses step motors for actuation. Control experiments are conducted to verify the effectiveness of the proposed model and control method. The experimental results are illustrated through a phase portrait and the pitch angle of the robot and the control performance is analyzed. The proposed model and control method do not require the electrical coefficients of the adopted motor, thus offering great flexibility in motor selection.

Keywords: balancing robot, balancing control, LQR control, lagrangian dynamics

I. 서론

오늘날 세계 인구의 절반이 도심 지역에 거주하고 있으며 지속적으로 도시 유입이 증가되고 있는 상황이다. 도심 인구 과밀화 현상은 교통 체증과 배기가스 발생 증가로 인한 환경오염으로 이어지고 있으며 복잡하고 비좁은 도심에서의 차량 이동성과 주차문제는 이슈사항으로 주요 국가에서는 배기량 제한을 강화하고 있다. 일부 국가에서는 그린 시티를 지정하여 도심 안에 친환경차의 운행만 허가하고 있으나 자동차 수요증가에 따른 근본적인 문제 해결을 위해서 도심형 자동차의 전기 동력화와 사용 환경에 특화된 다양한 개인이동수단(Personal Mobility, PM)의 개발이 요구되어 왔다[1]. PM은 단거리의 일상생활 또는 주기적인 운행패턴을 갖는 통근자, 노약자, 교통약자 등이 편리하게 이용할 수 있는 1~2인용 전기구동방식의 보조교통수단으로 전기자전거, 전기스쿠터, Segway, 소형 전기자동차등이 국내외에서 판매제품 또는 컨셉제품으로 활발히 소개되고 있다[2].

그 중, 'Segway'는 2001년에 도입된 첫번째 self-balancing, 전기구동방식의 교통수단 장치이다[3]. 구동부가 양 옆의 두 바퀴로만 구성되며 탑승자의 무게중심을 바꾸는 방식으로 움직이기 때문에 특별한 기술 없이 누구나 사용할 수 있는 혁신적인 제품으로 주목 받고 있다[4]. 협소한 공간에서의 이동 시 편리함을 제공하기 때문에 2인용 차량 형태의 운송 수단인 'P.U.M.A.[5]'로도 응용되었으며 공항, 학교 등에서 연소 엔진 차량의 대체로 사용되고 있다. 최근에는 샤오미를 통한 가격 인하 제품의 출시로 보다 대중화되어 새로운 레저활동으로 떠오르고 있다[6]. 일반 보행자들을 위한 운송 수단이 발달하고 안전성이 보장되면서 보행이 불편한 하반신 장애인이나 노약자들을 위한 다양한 종류의 로봇 휠체어도 개발되었다. 현재까지 개발된 로봇휠체어 중에서 'Ibot4000[7]'은 대표적인 로봇 휠체어로 Segway와 같은 self-balancing 기능을 가진다. 기존의 전통 휠체어와 비교했을 때 무게가 가볍고 크기가 작아 다양한 공간에서의 이동이 편리하다는 장점이 있다. Ibot4000가 개발된 이후에도 balancing 휠체어에 대한 연구가 활발히 진행되었고, 굴곡이 많고 경사진 언덕에서 운행시에도 기울어지지 않는 안전성이 보완되었다[8]. 이와 같이 balancing robot의 원리에 기반을 두고 있는 운송 수단들은 개인 이동 수단 분야에서 보행자들의 삶의 질을 향상시켜 주며 큰 역할을 차지 해가고 있다.

이러한 balancing robot은 제어의 관점에서 보았을 때 불안정한 시스템이기 때문에 실생활에 적용하기 위해 안정화

* Corresponding Author

Manuscript received November 27, 2017 / revised December 12, 2017 / accepted December 15, 2017

최정윤, 이영삼. 인하대학교 전기공학과

(choijym3@gmail.com/lys@inha.ac.kr)

※ 이 논문은 2017년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2017R1D1A1B03029578).

되어야 하며, 실제 시스템에 적용되어 응용되기까지 다양한 제어 방법이 제안되어 왔다. 그 중 PID제어를 통한 balancing robot의 제어가 가장 기본적인 제어 방법으로 보편화 되어 있다. PID제어는 여러 가지 형태의 Cascade PID 제어 구조 형태로 제시되었고[9], Cascade PID제어 방법이 적용된 탑승형태의 balancing robot도 구현되었다[10]. 그렇지만 계수를 튜닝(tuning)하는 과정에서 많은 시행착오와 시간이 필요하며 로봇의 형태가 바뀔 때마다 새롭게 계수를 찾아야 하는 불편함이 있다. 모델 기반 제어를 통해 이러한 불편함을 개선할 수 있으며, 사용자의 명령에 대한 반응성을 향상시킬 수 있다[11]. 현재까지 여러 형태의 동적 모델들이 Kane's method나 Lagrangian method[12]를 통해 유도되었다. 이 모델들은 simulation과 구현을 통해 검증되고 비교되었으며[13], Tracking을 하기 위해서 보완되거나[14], 경사로와 같은 특정 상황을 고려하여 수정된 형태의 모델로 발전되었다[15], 이 모델 기반의 여러 가지 제어와 구현 방법에 대한 연구도 활발히 수행되었으며, LQR제어기를 통한 구현 방법과 LQR제어기에 PID제어기를 접목한 형태[16]의 제어 방법 등이 제시되었다. 또한, 모델의 비선형 요소를 포함한 Lyapunov제어 방법과 simulation 결과도 제시되었다[17]. 사실상, balancing robot에 관한 연구는 상당히 발전되어왔다. 하지만, 지금까지 제시된 balancing robot의 모델기반 제어에서는 구동기로 사용되는 모터의 토크나 단자전압을 balancing robot의 제어입력으로 보는 동적 모델을 사용하고 있다.

토크 제어를 이용하여 balancing robot을 제어하는 방법에서는 로봇의 기계적 계수 이외에도 모터의 계수가 필요하며 엔코더(encoder) 이외에도 토크 측정을 위해 부가적인 센서가 필요하다. 모터의 모델 방정식을 전체 모델방정식에 포함시켜 전압을 입력으로 갖는 형태로 변형할 수 있지만[18], 이 또한 모터의 계수가 요구되며 사용하는 모터에 따라 balancing robot의 모델 방정식을 매번 다시 정리해야 한다. 더욱이 스텝모터를 구동부로 사용하는 balancing robot의 경우에는 토크제어를 적용하기 곤란하기 때문에 기존의 모델기반 제어기법들을 사용할 수 없는 단점이 있다.

본 논문에서는 Lagrange 역학에 기반하여 로봇 몸체의 선가속도와 회전가속도를 입력으로 이용하는 형태의 모델을 제시하고, 이를 이용하여 balancing robot에 대한 모델기반 제어기법을 제안한다. 제어기를 통해 구한 선가속도와 회전가속도는 balancing robot의 기구적 계수를 이용하여 모터의 속도 명령으로 변환하고 모터의 속도제어를 통해 이 명령을 추종하게끔 하여 balancing을 수행하도록 제어기 구조를 구성한다. 제안하는 제어 방식은 기존의 모델을 사용한 제어방식과 달리 모터의 전기적 계수를 필요로 하지 않아 모델의 불확실성을 줄일 수 있다. 더불어 모터의 종류에 관계없이 속도제어기만 구성할 수 있으면 적용할 수 있는 장점이 있다. 따라서 기존의 모델기반 제어기법의 경우 스텝모터를 구동부로 사용한 balancing robot에는 적용할 수 없었던 것에 비해 제안되는 제어기법은 스텝모터를 구동부로 사용한 balancing robot에도 적용할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II절에서는 balancing

robot에 대한 새로운 형태의 동적 모델을 유도하고 III절에서는 이 모델을 기반으로 제어기 구조와 구현 방법을 제시한다. IV절에서는 step 모터와 DC 모터를 사용하여 balancing과 tracking 제어를 수행한 결과를 제시하고 마지막으로 V절에서 결론을 맺는다.

II. Balancing robot의 modeling

제어적 관점에서 보았을 때 2륜 balancing robot은 불안정하며 기구학적으로는 Nonholonomic constraint를 가진 시스템이다. 이 절에서는 Lagrange equation을 이용하여 2륜 balancing robot에 대한 수학적 모델을 유도하고 시스템의 입력이 가속도가 되도록 변환하는 방법을 제안한다.

1. Nonholonomic constraint를 갖는 동적시스템의 모델링

2륜의 balancing robot은 기구학적으로 nonholonomic constraint를 가진 시스템이다. Nonholonomic constraint를 가진 동적시스템의 모델방정식을 구하기 위한 Lagrange equation은 다음과 같다[19].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + M^T(q)\lambda = E(q)\tau. \quad (1)$$

여기서 q 는 일반화된 좌표, L 은 Lagrangian, $M(q)$ 는 $M(q)\dot{q}=0$ 로 표현되는 Nonholonomic constraint를 기술하는 행렬, λ 는 vector Lagrange multiplier, $E(q)$ 는 입력 변환 행렬, τ 는 일반화된 힘을 나타낸다. $M(q)$ 는 $m \times n$ 행렬로 m 은 nonholonomic constraint의 수를 나타낸다. 식 (1)는 다시 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + M^T(q)\lambda = E(q)\tau. \quad (2)$$

Constraint 항인 $M^T(q)\lambda$ 를 없애기 위해 $M(q)$ 의 null space를 확장하는 vector로 구성된 행렬 $B(q)$ 를 이용한다. $B(q)$ 는 $M(q)B(q)=0$ 을 만족하며 행렬의 차원은 $n \times (n-m)$ 이다. \dot{q} 역시 $M(q)$ 의 null space에 포함되므로 \dot{q} 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{q}(t) = B(q)v(t) \quad (3)$$

이 때 $v(t)$ 의 차원은 $(n-m)$ 이다. $B^T(q)$ 를 식 (2)의 앞쪽으로 곱하고 $M(q)\dot{q}=0$, $M(q)B(q)=0$ 와 식 (3)을 이용하면 다음과 같이 constraint가 소거된 동적모델을 얻을 수 있다.

$$\bar{D}(q)\dot{v} + \bar{C}(q, \dot{q})v + \bar{g}(q) = \bar{E}(q)\tau, \quad (4)$$

여기서 \bar{D} , \bar{C} , \bar{g} , \bar{E} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{D}(q) &= B^T(q)D(q)B(q), \\ \bar{C}(q, \dot{q}) &= B^T(q)D(q)\dot{B}(q) + B^T(q)C(q, \dot{q})B(q), \\ \bar{g}(q) &= B^T(q)g(q), \\ \bar{E}(q) &= B^T(q)E(q). \end{aligned} \quad (5)$$

2. Balancing robot의 Kinematics와 동적 모델

그림 1은 balancing robot의 kinematic 모델과 동적 모델을 유도하기 위해 사용되는 좌표계와 기하학적 parameter들을 나타내고 있다. Frame $o_0x_0y_0z_0$ 는 inertial reference frame이다.

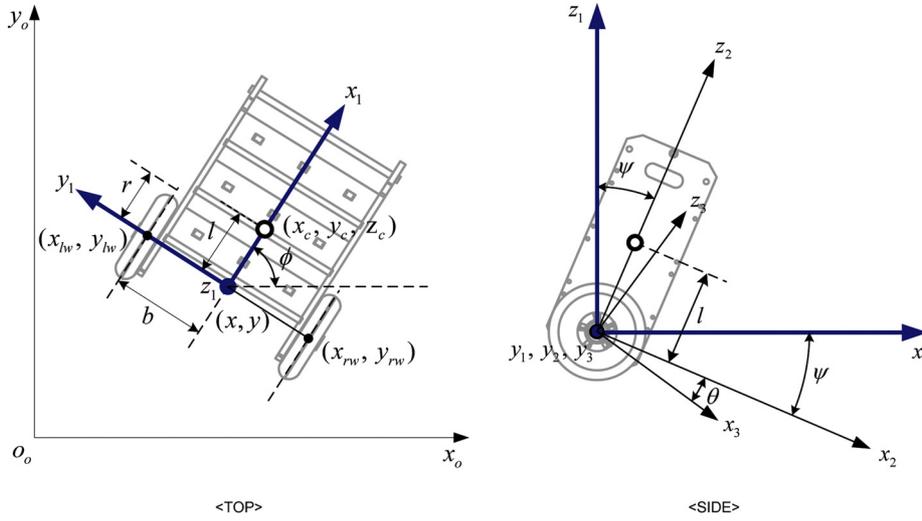


그림 1. Balancing robot의 parameter와 좌표계.
Fig. 1. The parameters and coordinates of a balancing robot.

표 1. Balancing robot에 사용되는 변수와 의미.

Table 1. Meanings of the parameter used in balancing robot.

ϕ	로봇의 heading angle
ψ	pitch angle
θ	바퀴의 회전각
l	로봇의 무게중심과 바퀴중심을 연결하는 축과의 거리
r	바퀴의 반경
b	바퀴간 거리의 절반
(x, y)	두 바퀴를 연결하는 축의 중심좌표
(x_{lw}, y_{lw})	왼쪽바퀴가 지면과 닿는 점의 좌표
(x_{rw}, y_{rw})	오른쪽바퀴가 지면과 닿는 점의 좌표
(x_c, y_c, z_c)	로봇의 무게중심의 좌표

Frame $o_1x_1y_1z_1$ 는 두 바퀴의 중심을 연결하는 축의 중간에 원점을 갖는 frame으로 z_0 축을 기준으로 ϕ 만큼 회전한 좌표계이다. 본 논문에서는 robot heading frame이라 한다. Frame $o_2x_2y_2z_2$ 는 로봇에 부착된 robot body frame이고 frame $o_3x_3y_3z_3$ 에 부착된 wheel frame이다. 기하학적 parameter 들의 의미는 1과 같다. 표에서 사용된 좌표는 모두 inertial reference frame 기준의 좌표이다.

Balancing robot의 kinematics는 로봇의 축 방향 속도는 0 이고 바퀴는 미끄러지는 현상 없이 구른다는 조건에서부터 얻어진다. 해당 조건은 다음과 같은 nonholonomic constraint 로 표현된다.

$$M(q)\dot{q}=0 \quad (6)$$

여기서 $M(q)$ 와 q 는 다음과 같다.

$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \phi \\ \psi \\ \theta_R \\ \theta_L \end{bmatrix}, M(q) = \begin{bmatrix} -\sin\phi \cos\phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\phi \sin\phi & b & -r & -r & 0 & 0 \\ \cos\phi \sin\phi & -b & -r & 0 & -r & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

논문 전체에서 사용되는 아래첨자 R 과 L 은 각각 해당 parameter가 로봇의 오른쪽 바퀴와 왼쪽 바퀴에 대한 것임을 나타낸다. 식 (6)로부터 \dot{q} 가 $M(q)$ 의 null space에 포함됨을 알 수 있다. 따라서 2.1절에서 설명했듯이 \dot{q} 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{q}=B(q)\nu \quad (8)$$

여기서 $B(q)$ 와 ν 는 다음과 같다[20].

$$B(q) = \begin{bmatrix} r \cos\phi & \frac{r \cos\phi}{2} & \frac{r \cos\phi}{2} \\ r \sin\phi & \frac{r \sin\phi}{2} & \frac{r \sin\phi}{2} \\ 0 & \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \nu = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta}_R \\ \dot{\theta}_L \end{bmatrix} \quad (9)$$

식 (8)이 balancing robot의 kinematics에 해당한다.

II.1절에서 기술된 방법을 적용하여 nonholonomic constraint를 가지고 있는 balancing robot의 동적모델을 구하기 위해서는 먼저 balancing robot의 운동에너지(K)와 위치 에너지(P)의 차에 해당하는 Lagrangian(L)을 구해야 한다 [21]. Balancing robot의 운동에너지(K)는 몸체와 바퀴의 병진 운동에너지와 회전 운동에너지의 합으로 구한다. 그림 1의 좌표계 및 기하학적 parameter와 [22]의 회전 및 병진 변환에 관한 이론을 적용하면 balancing robot의 몸체와 바퀴의 운동에너지를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} K_{body} &= \frac{1}{2} m_c (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2) + \frac{1}{2} I_y \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} I_x \sin^2\psi \dot{\phi}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} I_z \cos^2\psi \dot{\phi}^2, \\ K_{wheel} &= \frac{1}{2} m_w (\dot{x}_{rw}^2 + \dot{y}_{rw}^2) + \frac{1}{2} m_w (\dot{x}_{lw}^2 + \dot{y}_{lw}^2) + I_m \dot{\phi}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} I_w (\dot{\theta}_R + \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} I_w (\dot{\theta}_L + \dot{\psi})^2. \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 g 는 중력가속도 상수, m_c 는 로봇 몸체의 질량, m_w 는 바퀴 1개의 질량, I_x, I_y, I_z 는 로봇 몸체의 body frame 기준의 x 축, y 축, z 축을 기준으로 계산한 회전관성모멘트, I_m, I_w 는 바퀴의 wheel frame 기준의 y 축과 z 축을 기준으로 계산한 회전관성모멘트이다. 로봇의 바퀴는 항상 지면에 닿아 있기 때문에 위치에너지(P)는 몸체에 의한 위치에너지로 다음과 같이 표현된다.

$$P = m_c g(r + l \cos \psi), \quad (11)$$

따라서 Lagrangian은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$L = K_{body} + K_{wheel} - P. \quad (12)$$

Nonholonomic constraint를 기술하는 행렬 $M(q)$ 가 식 (7)과 같을 때 II.1절의 내용에 따라 nonholonomic constraint를 소거한 balancing robot의 동적 모델을 식 (4)와 같은 형태로 나타낼 수 있다. Balancing robot의 상태가 $\psi \approx 0, \dot{\psi} \approx 0, \dot{\phi} \approx 0$ 임을 가정하여 식 (4)의 동적모델을 선형화(linearization)하면 최종적으로 다음과 같은 선형화된 모델 식을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta}_R \\ \ddot{\theta}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_c g l \psi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\tau_R + \tau_L) \\ \tau_R \\ \tau_L \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 $m = m_c + 2m_w, I_\psi = m l^2 + I_y + 2I_w$ 라고 하면 $D_{11}, D_{12}, D_{13}, D_{22}, D_{23}, D_{33}$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} D_{11} &= m r^2 + 2r m_c l + I_\psi, \\ D_{12} &= \frac{m r^2}{2} + \frac{r m_c l}{2} + I_w, \\ D_{13} &= \frac{m r^2}{2} + \frac{r m_c l}{2} + I_w, \\ D_{22} &= \frac{r^2(m b^2 + I_z + 2I_m + 2m_w b^2)}{4b^2} + I_w, \\ D_{23} &= \frac{r^2(m b^2 - I_z - 2I_m - 2m_w b^2)}{4b^2}, \\ D_{33} &= \frac{r^2(m b^2 + I_z + 2I_m + 2m_w b^2)}{4b^2} + I_w. \end{aligned}$$

τ_R 과 τ_L 은 각각 오른쪽 바퀴와 왼쪽 바퀴에 인가되는 토크(torque)를 나타낸다. v 를 로봇의 선속도라고 하면 $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ 로 나타낼 수 있으며 식 (8)과 식 (9)로부터 v 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v = \frac{r(\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L)}{2} + r\dot{\psi} \quad (14)$$

로봇의 heading angle 각속도를 $w = \dot{\phi}$ 라고 하면 식 (8), (9), (14)로부터 다음이 성립한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ r & \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ 0 & \frac{r}{2b} & \frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta}_R \\ \dot{\theta}_L \end{bmatrix}. \quad (15)$$

위 식을 이용하여 $[\ddot{\psi} \ddot{\theta}_R \ddot{\theta}_L]^T$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta}_R \\ \ddot{\theta}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & \frac{1}{r} & \frac{1}{r} \\ -1 & \frac{1}{r} & -\frac{1}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

식 (16)을 식 (13)에 대입하여 정리하면 다음과 선형화된 동적 모델 식을 얻게 된다.

$$\ddot{\psi} + \alpha_1 \psi = \beta_1 (\tau_R + \tau_L), \quad (17)$$

$$\dot{v} + \alpha_2 \psi = \beta_2 (\tau_R + \tau_L), \quad (18)$$

$$\dot{w} = \beta_3 (\tau_R - \tau_L). \quad (19)$$

여기서 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{m_c g l (m r^2 + 2I_w)}{\gamma}, \\ \alpha_2 &= -\frac{(m_c r l)^2 g}{\gamma}, \\ \beta_1 &= \frac{2m r^2 + 4I_w + r m_c l}{\gamma}, \\ \beta_2 &= -\frac{r(2r m_c l + I_\psi - 2I_w)}{\gamma}, \\ \beta_3 &= \frac{r b}{r^2(I_z + 2I_m + 2m_w b^2) + 2I_w b^2}, \\ \gamma &= r^2(m_c^2 l^2 - I_\psi m - 2I_\psi I_w + 2I_w m) + 4I_w^2. \end{aligned} \quad (20)$$

모델 식 (17), (18), (19)는 모터의 토크와 로봇의 기계적 인 계수들을 이용하여 기술되고 있으며 w 에 대한 동적 모델 식은 ψ, v 와 분리되어 있음을 알 수 있다. 식 (17)과 (18)의 오른쪽 항에 $\tau_R + \tau_L$ 이 공통항으로 존재하는 것을 확인할 수 있다. 이 점을 착안하여, (17) $\times \beta_2 -$ (18) $\times \beta_1$ 을 계산하면 모터의 토크 항이 제거된 모델 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{\psi} + \frac{(\beta_2 \alpha_1 - \beta_1 \alpha_2)}{\beta_2} \psi - \frac{\beta_1}{\beta_2} \dot{v} = 0. \quad (21)$$

$x_1 = \psi, x_2 = \dot{\psi}, x_3 = s, x_4 = \dot{s} = v, \dot{v} = u$ 와 같이 정의하면 식 (21)의 모델 식은 다음과 같은 상태방정식으로 변환된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(\beta_2 \alpha_1 - \beta_1 \alpha_2) & 0 & 0 & 0 \\ \beta_2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u. \quad (22)$$

여기서 시스템의 입력 u 는 \dot{v} , 즉 로봇 몸체의 선가속도가 되어 식 (22)의 모델 식은 가속도를 입력으로 갖게 된다. 식 (22)에는 토크가 사용되지 않으므로 로봇의 구동부로 사용되는 motor의 종류에 종속되지 않으며 또한 모터의 토크를 표현하기 위한 motor의 전기적 계수도 필요하지 않다.

더불어 모델 식에 필요한 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ 는 모두 로봇의 기계적인 parameter로만 구성되어 있음을 확인할 수 있다. heading angle인 ϕ 에 대해서는 로봇 몸체의 회전각가속도를 ζ 라고 정의하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \zeta. \quad (23)$$

식 (22)의 상태방정식은 로봇의 balancing과 관련된 특성을 기술하고 있으며 불안정한 시스템이라는 것을 확인할 수 있다. 또한 식 (23)의 상태방정식은 로봇의 heading과 관련된 특성을 기술하고 있으며 임계 안정한 시스템을 알 수 있다.

III. Balancing robot의 구현

이 절에서는 제한된 모델을 이용할 경우 구동부로 사용되는 모터의 종류에 관계없이 제어기를 구현할 수 있음을 예시한다. 이를 위해 2가지 종류의 모터를 이용하여 balancing robot을 제작하고 각각에 대해 균형 제어기를 설계한다. 첫 번째 balancing robot은 step 모터를 구동부로 사용하도록 제작하였으며 두 번째 balancing robot은 DC 모터를 구동부로 사용하도록 제작하였다. 그림 2는 그 중 step 모터로 구동부를 사용하는 balancing robot의 외관을 나타낸다. 그림 3과 그림 4는 두 가지 balancing robot의 구성도를 나타낸다.

두 가지 balancing robot 모두 open-source hardware인 Arduino Due를 사용하였다. Arduino는 제작에 필요한 회로도와 개발 환경 등을 제공받을 수 있어 사용자가 접근하기 용이하다. 그 중에서도 특히 Arduino Due는 Atmel 사의 8-bit 마이크로컨트롤러를 사용하는 다른 Arduino 진영의 platform들과 다르게 32-bit의 Cortex-M3 계열의 마이크로컨트롤러를 채택하고 있다. 84MHz의 clock을 통해 빠른 연산 성능과 다양한 주변장치 기능을 사용할 수 있기 때문에 [23], 로봇을 제어하는 곳뿐만 아니라 제어 성능 확인을 위한 모니터링 시스템 구현을 위해 사용되고 있다[24]. 본 논문에서는 5ms의 sampling time을 구현하기 위해 고속의 연산이 가능해야 하고, 센서와 모터를 사용하기 위해 다양한 주변장치가 필요하므로 Arduino Due를 MCU로 채택하였다.

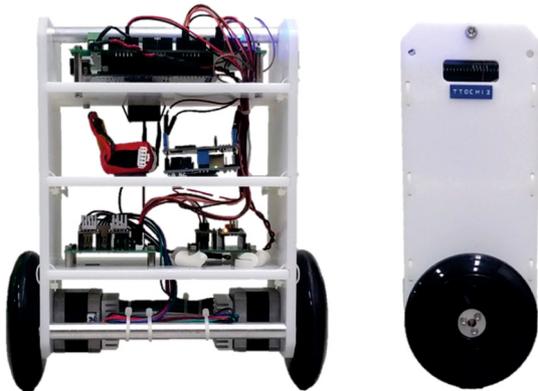


그림 2. 연구실에서 자체 제작한 balancing robot.
Fig. 2. Lab-built balancing robot.

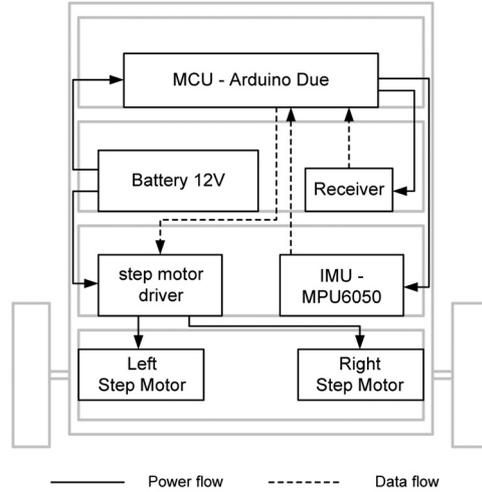


그림 3. Step 모터 기반 로봇의 임베디드 시스템 구조.
Fig. 3. Embedded system framework for step-motor-based robot.

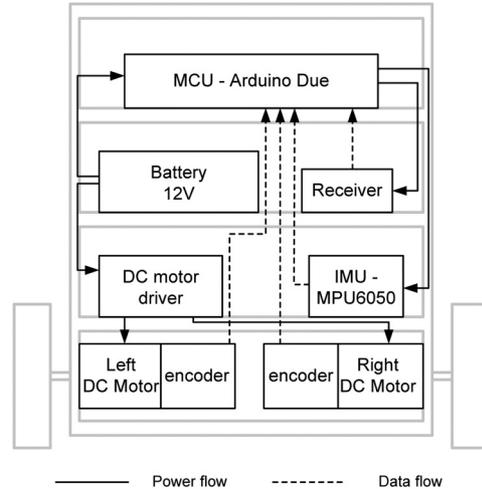


그림 4. DC 모터 기반 로봇의 임베디드 시스템 구조.
Fig. 4. Embedded system framework for DC-motor-based robot.

Balancing robot을 제어하기 위한 동적 모델은 로봇의 직진 방향 위치에 대한 정상상태 오차를 없애기 위해 $x_5 = \int_0^t (s_{ref} - s) d\tau$ 를 정의하고 이를 식 (22)의 동적모델에 추가한 확장된 시스템(augmented system)에 대한 모델을 사용한다. 확장된 시스템에 대한 모델방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -(\beta_2\alpha_1 - \beta_1\alpha_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} s_{ref} \quad (24)$$

그림 5는 balancing robot을 제어하기 위해 본 논문에서 사용하는 제어기의 구조를 나타낸다. 시스템의 입력인 가속도를 결정하기 위해 LQR 제어기를 사용한다. LQR 제어기에 의해 계산된 가속도 값을 직접적으로 시스템에 인가할

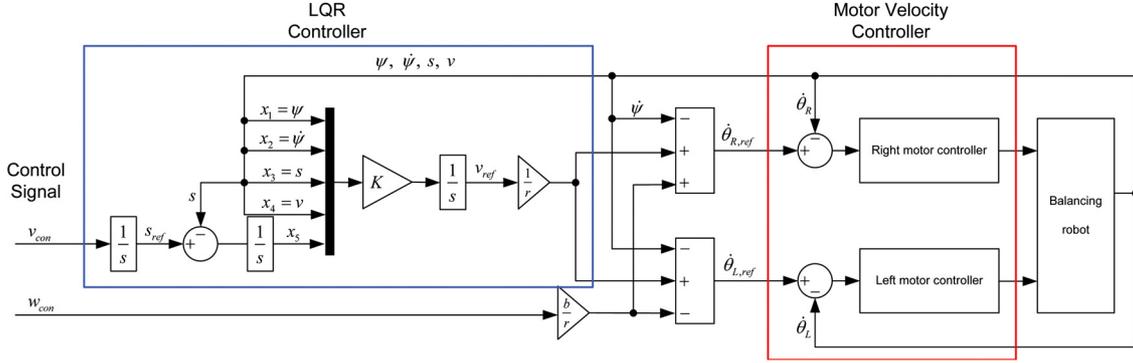


그림 5. Balancing robot의 전체 제어 블록 선도.

Fig. 5. Block diagram for balancing control.

수는 없으므로 여기서는 계산된 가속도 값을 적분하여 속도 reference로 변환하고 이 속도 reference로 추종하도록 내부에 속도제어기를 구성하는 방식을 사용한다. 전체 제어 구조는 동적 모델을 이용하여 속도 reference를 생성하는 LQR 제어 부분과 reference를 구현하기 위한 모터의 속도 제어 부분으로 구성된다. 또한 선속도 명령(command) (v_{con})과 몸체의 회전속도 명령(w_{con})이 독립적으로 시스템에 인가되는 구조를 택하고 있다. 이러한 구조는 식 (17), (18), (19)에서 heading angle과 관련된 dynamics는 ψ, ν 와 완전히 분리되어 있기 때문에 가능하다. 제어기를 거친 후 적분되어 생성되는 선속도 reference(v_{ref})와 몸체 회전속도 명령(w_{con})는 다음의 식을 통해 각각 모터의 왼쪽바퀴와 오른쪽바퀴의 속도 reference로 변환될 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_{R,ref} &= -\dot{\psi} + \frac{1}{r}v_{ref} + \frac{b}{r}w_{con}, \\ \dot{\theta}_{L,ref} &= -\dot{\psi} + \frac{1}{r}v_{ref} - \frac{b}{r}w_{con}.\end{aligned}\quad (25)$$

식 (25)는 식 (15)으로부터 유도된다. 독립적으로 인가되는 선속도와 회전속도의 명령이 모터의 속도 제어를 통해 구현되기 때문에 본 논문에서 제안하는 제어기의 구조는 균형제어 뿐만 아니라 주행제어에도 적용이 가능하다. LQR 제어기 설계를 위하여 사용된 비용함수 J 는 다음과 같다.

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \quad (26)$$

$Q = \text{diag}(0.02, 0.0001, 0.000001, 0.0001, 1)$ 과 $R = 0.001$ 로 가중행렬을 선정하였다. 최적제어 이론을 통해 계산된 제어 이득은 $K = [22.74 \ 3.83 \ 32.98 \ 16.66 \ -33.28]$ 이다.

결과적으로, LQR제어기를 통해 얻은 선속도 reference는 모터의 속도 reference로 변환되고 balancing robot의 제어는 로봇에서 사용되는 모터의 속도 제어기를 통해 이루어진다. LQR제어기에 적용된 동적 모델 식이 로봇의 기계적인 계수들만 포함하고 모터의 전기적 계수나 모델 식을 포함하고 있지 않기 때문에 제어시스템은 속도제어 시스템을 구현할 수만 있다면 어떠한 모터를 사용해서도 구현이 가능하다. 토크제어가 곤란하여 기존의 모델기반 균형 제어에 사용되지 않았던 step 모터에도 적용이 가능하다. 이를 실

험을 통해 살펴보기 위해 DC 모터와 step 모터를 각각 구동부로 채택한 2가지 balancing robot에 대해 제안된 제어방식을 구현하여 적용해 보았다. DC 모터를 사용한 경우 PI 형태의 속도 제어기를 사용하였고 step 모터는 속도 reference에 따라 비례하는 주파수의 pulse를 모터드라이버에 인가하여 속도제어를 구현하였다.

IV. 실험 및 결과

본 논문의 balancing robot의 제어 알고리즘에서는 실질적으로 내부의 모터의 속도 제어를 통해 로봇이 제어된다. 즉, 모터의 속도 제어를 완전히 구현할 수 있으면 전체의 제어가 이루어질 수 있다는 특성을 가지고 있다. 이 때문에 속도 제어기의 성능이 전체 제어 성능에 영향을 끼치게 된다. 이를 명확히 살펴보기 위하여 step 모터에서는 microstep의 분해능(resolution)을 달리하고 DC 모터에서는 엔코더의 분해능을 달리하여 실험을 수행하였다. 각각의 제어 실험에 대한 실험 결과는 phase portrait를 통해 나타낸다. 그림 6은 step 모터를 채택한 balancing robot의 제어실험 결과를 보여 주고 그림 7은 DC 모터를 사용한 balancing robot의 실험결과를 나타낸다.

Step 모터를 사용하는 로봇에서 사용된 모터 드라이버의 micro-step 분해능은 full-step, 1/2-step, 1/4-step, 1/8-step, 1/16-step이다. full-step의 step 모터는 200개의 pulse가 인가되면 1회 전한다. microstep의 크기가 작아질수록 모터의 최소회전 각도가 줄어들어 각도제어 분해능이 좋아진다. 그림 6에서 보

표 2. 모델 parameter.

Table 2. Model parameter.

Parameter	value
I_z	0.00785[kg.m ²]
I_y	0.017[kg.m ²]
I_m	0.000136[kg.m ²]
I_w	0.0000858[kg.m ²]
m_c	1.926[kg]
m_w	0.134[kg]
l	0.06382[m]
b	0.100575[m]

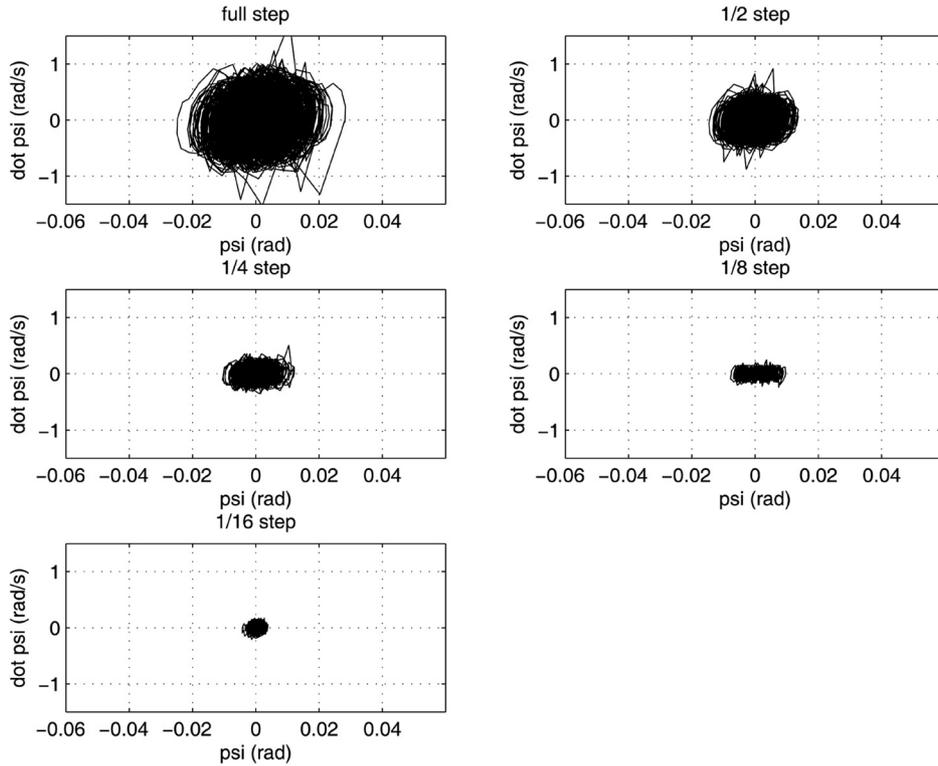


그림 6. Phase portrait 비교: Step 모터.

Fig. 6. Comparisons of phase portraits: Step motor.

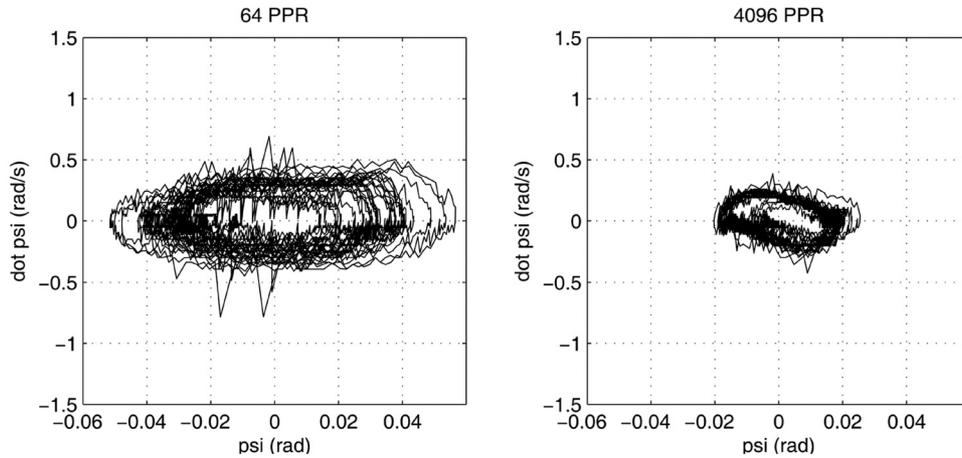


그림 7. Phase portrait 비교: DC 모터.

Fig. 7. Comparisons of phase portraits: DC motor.

여지는 실험 결과는 full-step을 사용할 때의 ψ 의 각도 범위는 $-1^\circ \sim 1^\circ$ 이고, 1/16-step을 사용할 때의 각도 범위는 $-0.2^\circ \sim 0.2^\circ$ 라는 것을 보여준다. 분해능이 좋아질수록 그림 6에서 보듯 limit cycle의 크기가 작아지는 것을 볼 수 있다.

DC 모터에서는 64 PPR의 해상도를 갖는 엔코더와 4096 PPR의 해상도를 갖는 엔코더를 사용하여 각각 제어를 수행하였다. 실험한 결과 ψ 의 각도 범위는 $-2^\circ \sim 2^\circ$ 이고, 4096 PPR의 엔코더를 사용할 때의 범위는 $-1^\circ \sim 1^\circ$ 이다. 4096 PPR의 엔코더를 사용한 경우의 결과는 full-step의 step 모터를 사용한 경우와 성능이 유사하였다. 이는 사용

된 DC 모터가 30:1의 기어 박스를 가지기 때문에 기어에서 생기는 비선형성인 백래쉬(backlash)가 전체 제어 성능에 영향을 끼친 것이다. 위의 실험 결과들은 분해능이 좋아질수록 ψ 의 범위와 limit cycle의 크기가 작아진다는 것을 보여준다. Step 모터와 DC 모터로 구성된 로봇의 실험 결과에서 모터의 특성과 분해능의 정밀도가 제어 성능에 그대로 반영되어 나타나는 것을 확인할 수 있다. 결론적으로 모터의 종류와 분해능의 변화만으로 인한 전체 제어 성능의 차이는 새로운 모델의 특성과 신뢰성을 입증하고, step모터와 DC 모터로 구성된 로봇에 모두 적용 가능하다는 것을 증명한다.

V. 결론

본 논문은 가속도를 제어입력으로 갖는 balancing robot의 새로운 모델을 유도하였고 유도된 모델을 이용한 로봇의 균형제어 방법을 제안하였다. 전체 제어기는 모델 기반의 LQR 제어기와 가속도 reference를 구현하기 위한 모터의 속도 제어기로 구성하였다. 모델과 LQR 제어기는 로봇의 기계적인 계수들로만 설계가 가능하고 모터의 전기적인 계수들은 불필요하였기 때문에, 속도 제어기는 로봇에서 사용된 모터의 유형에 따라 변경 가능하다. 이로 인해 제안된 방법을 이용할 경우 balancing robot에 사용할 모터의 선택에 있어 큰 유연성이 제공된다. 더불어 제안된 방법에서는 제어기의 출력으로 계산된 가속도를 정확히 생성하는 것을 통해 전체의 제어가 이루어지기 때문에, 모터의 속도 제어만 완전히 구현 가능하면, 전체의 제어가 이루어질 수 있다. 또한, 모델기반의 제어기법을 적용할 수 있기 때문에 기존의 PID를 이용하여 시행착오적인 방식으로 계수를 찾는 균형제어에 비해 훨씬 조직적인 방법으로 설계 및 구현이 가능하다. 제안된 모델과 제어방법의 신뢰성을 검증하기 위해 step 모터와 DC 모터를 사용한 로봇을 각각 구현한 후 테스트베드로 사용하였다. step 모터에서는 micro-step의 종류, DC 모터에서는 분해능과 전체 제어 성능이 크게 관련 있음을 통해 새로운 모델의 특성과 신뢰성을 검증하였다. 전압 또는 토크를 입력으로 갖는 기존의 모델기반 제어가 구동부로 사용할 수 있는 모터의 종류가 제한적이었던 것과 달리 제안되는 방법은 속도제어가 가능한 모든 모터에 적용될 수 있는 장점을 가진다.

REFERENCES

- [1] S. H. Oh and S. H. Lee, "The industrial revitalization of personal mobility," *Journal of the Korean Society of Automotive Engineers*, vol. 37, no. 1, pp. 50-56, 2015.
- [2] S. H. Lee and P. Hwang, "Industrial and technological trends of personal mobility in Korea and abroad," *Journal of the Korean Society of Automotive Engineers*, vol. 37, no. 1, pp. 36-45, 2015.
- [3] L. J. Pinto, D. H. Kim, J. Y. Lee, and C. S. Han, "Development of a Segway robot for an intelligent transport system," *Proc. of IEEE International Symposium on System Integration*, Fukuoka, Japan, pp. 710-715, 2012.
- [4] B. Sawatzky, I. Denison, S. Langrish, S. Richardson, K. Hiller, and B. Slobogean, "The Segway personal transporter as an alternative mobility device for people with disabilities: a pilot study," *Journal of Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, vol. 88, no. 11, pp. 1423-1428, 2007.
- [5] "Gm and Segway working on new balancing two-wheeler P.U.M.A. project," <http://www.autoblog.com/2009/04/07/gm-and-segway-working-on-new-balancing-2-wheeler/>.
- [6] "Xiaomi ninebot mini self balancing scooter," <https://the-gadgetflow.com/portfolio/xiaomi-ninebot-mini-self-balancing-scooter/>.
- [7] S. Arthanat, J. M. Desmarais, and P. Eikelberg, "Consumer perspectives on the usability and value of the iBOT wheelchair: findings from a case series," *Journal of Disability and Rehabilitation: Assistive Technology*, vol. 7, no. 2, pp. 153-167, 2011.
- [8] J. Yu, Y. Park, S. Kim, and S. Kwon, "Development of a omni-directional self-balancing robot wheelchair," *Journal of Korea Robotics Society*, vol. 8, no. 4, pp. 229-237, 2013.
- [9] M. Velazquez, S. Garcia, D. Cruz, and M. Bandala, "Velocity and motion control of a self-balancing vehicle based on a cascade control strategy," *Journal of Advanced Robotics Systems*, pp. 1-11, 2016.
- [10] M. A. B. Azhar, W. Hassan, and U. Rahim, "PID control behavior and sensor filtering for a self balancing personal vehicle," *Proc. of Robotics and Artificial Intelligence*, pp. 7-10, 2012.
- [11] M. Majczak and P. Wawrzynski, "Comparison of two efficient control strategies for two-wheeled balancing robot," *Proc. of Methods and Models in Automation and Robotics*, pp. 744-749, 2015.
- [12] C. Xu, M. Li, and F. Pan, "The system design and LQR control of a two-wheels self-balancing mobile robot," *Proc. of Electrical and Control Engineering*, pp. 2786-2789, 2011.
- [13] S. T. Kim and S. J. Kwon, "Dynamic modeling of a two-wheeled inverted pendulum balancing mobile robot," *Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 13, no. 4, pp. 926-933, 2015.
- [14] A. Ghaffari, A. Shariati, and A. H. Shamekhi, "A modified dynamical formulation for two-wheeled self-balancing robots," *Proc. of Nonlinear Dyn*, pp. 217-230, 2016.
- [15] Y. H. Kim, S. H. Kim, and Y. K. Kwak, "Dynamic analysis of a nonholonomic two-wheeled inverted pendulum robot," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 44, pp. 25-46, 2005.
- [16] L. Sun and J. Gan, "Researching of two-wheeled self-balancing robot base on LQR combined with PID," *Proc. of IEEE International Workshop on Intelligent Systems and Applications*, pp. 1-5, 2010.
- [17] A. Maddahi, A. H. Shamekhi, and A. Ghaffari, "A lyapunov controller for self-balancing two-wheeled vehicles," *Proc. of Robotica*, pp. 225-239, 2015.
- [18] T. Lu, C. Sun, and K. Yuan, "Balance control of two-wheeled self-balancing robot based on linear quadratic regulator and neural network," *Proc. of 2013 Fourth International Conference on Intelligent Control and Information*, Beijing, China, pp. 862-867, 2013.
- [19] M. R. Flannery, "d'Alembert-lagrange analytical dynamics for nonholonomic systems," *Journal of Mathematical physics*, vol. 52, no. 3, 2011.
- [20] K. Kozłowski, *Robot Motion and Control, Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Springer, 2006.

- [21] T. R. Kane and D. A. Levinson, *Dynamics: Theory and Applications*, McGraw-Hill Book Company, 1985.
- [22] M. W. Spong, *Robot Modeling and Control*, Wiley, 2006.
- [23] J. S. Choi and Y. S. Lee, "The implementation of a hardware-in-the-loop simulator for an inverted pendulum system using open-source hardware," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 23, no. 2, pp. 117-125, 2017.
- [24] T. Y. Kim and Y. S. Lee, "Development of a remote control and monitoring system using Raspberry Pi and its verification through HILS," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 23, no. 11, pp. 927-934, 2017.
- [25] D. E. Kirk, *Optimal Control Theory: An Introduction*, Prentice Hall, 1970.
- [26] J. W. Then and K. R. Chiang, "Experimental determination of moments of inertia by the bifilar pendulum method," *Journal of Physics*, vol. 38, pp. 537, 1970.



최 정 윤

2016년 인하대학교 화학공학과 졸업.
2016년~현재 인하대학교 전기공학과 석사과정 재학 중. 관심분야는 로봇 공학, 최적제어, 비선형 시스템 제어.

이 영 삼

제어·로봇·시스템학회 논문지, 제15권 제4호 참조.